

Zadání písemné zkoušky z Matematiky 3

FSV UK, ZS 2024-25

Termín číslo 4, 5. 2. 2025

1. Vyšetřete konvergenci následující řady.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(e^{1/n^2} - 1 + \frac{2^n + 1}{3^n} \right)$$

(12 bodů)

2. V závislosti na parametru $x \in \mathbb{R}$ určete, zda matice je PD, ND, PSD, NSD, nebo ID.

$$A = \begin{pmatrix} x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & x \\ 1 & x & -1 \end{pmatrix}$$

(12 bodů)

3. Napište Taylorovy polynomy čtvrtého řádu pro funkce

$$f(x) = \cos(2x) - \sqrt[3]{1 - 6x^2}, \quad g(x) = \log(1 + x^2) - \sin(x^2)$$

v bodě 0 a s jejich pomocí pak spočtěte limitu

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)}.$$

(13 bodů)

4. Nalezněte všechny lokální extrémy funkce f v $\mathbb{R}^2$, kde

$$f(x, y) = e^{\sin x} \cos y.$$

(13 bodů)